

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

Χειμερινό Εξάμηνο 2026-2027

1η ΟΜΑΔΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Διδάσκων: Ν. Μιχαλακάκης

1.1 Αποδείξτε ότι αν $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \dots \subseteq A_n \subseteq A_1$, τότε $A_1 = A_2 = \dots = A_n$

1.2 [1, 2.43 - σελ. 37]: Βρείτε το $P(A)$ στις ακόλουθες περιπτώσεις:

$$i) A = \{a, b, c\}, \quad ii) A = \{\{1, 2\}, \{3\}, 1, \emptyset\}, \quad iii) A = P(\emptyset).$$

1.3 Ποιες από τις πιο κάτω είναι σχέσεις ισοδυναμίας;

1. Στο σύνολο των ανθρώπων σήμερα, $a \sim b$ αν και μόνο αν a, b έχουν κοινό πρόγονο.
2. Στο σύνολο των ανθρώπων σήμερα, $a \sim b$ αν και μόνο αν a, b ζουν εντός ακτίνας 50 χιλιομέτρων ο ένας από τον άλλο.
3. Στο σύνολο των ανθρώπων σήμερα, $a \sim b$ αν και μόνο αν a, b έχουν τον ίδιο πατέρα.
4. Στο $\mathbf{R}$, $a \sim b$ αν και μόνο αν $a = \pm b$.
5. Στο $\mathbf{Z}$, $a \sim b$ αν και μόνο αν $a > b$ και $a < b$.
6. Στο $\mathbf{Z}$, $a \sim b$ αν και μόνο αν $a - b$ πολλαπλάσιο κάποιου ακέραιου n .
7. Στο σύνολο των διανυσμάτων του επιπέδου, $a \sim b$ αν και μόνο αν $a = \lambda b$, $\lambda \in \mathbf{R}$.

1.4 [1, 3.36 - σελ. 54]: Στο $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ ορίζουμε τη σχέση:

$$(a, b) \mathcal{R} (c, d) \Leftrightarrow \{a < c \text{ ή } (a = c \text{ και } b \leq d)\}.$$

Δείξτε ότι η $\mathcal{R}$ είναι σχέση διάταξης.

1.5 Στο $\mathbf{R}$ ορίζουμε τη σχέση:

$$\mathcal{S} := \{(x, y) : x + 1 \leq y \text{ ή } x = y\}.$$

Δείξτε ότι η $\mathcal{S}$ είναι σχέση διάταξης.

1.6 Αν A είναι πεπερασμένο σύνολο με n στοιχεία, ποίος είναι ο πληθάριθμος του δυναμοσυνόλου του $P(A)$;

1.7 Εάν $a \leq b$, ποία εκ των κάτωθι είναι πάντα ορθά;

1. (α) $2 - a \leq 3 - b$ (β) $a \leq 2b$

$$2. (\alpha) -3a \leq -3b \quad (\beta) a^2 \leq ab$$

1.8 Λύσατε τις κάτωθι:

$$1. (\alpha) \frac{x}{8-x} \geq -2 \quad (\beta) 1 \leq 3 - 2x < 7$$

$$2. (\alpha) x^2 - 4x + 3 \leq 0 \quad (\beta) \frac{1}{x+1} \geq \frac{3}{x-2}$$

$$3. (\alpha) \sqrt{\frac{1}{2-x}} = x \quad (\beta) x^3 - 3x + 2 > 0$$

1.9 Λύστε μέσα στο $\mathbf{R}$ τις

$$i) |x^3 - 3x^2 - 4x + 12| \leq 0, \quad ii) x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6 = 0, \quad iii) |x^2 - 4x| = |x|(x - 4).$$

1.10 Έστω σύνολα $A = \{-1, 2\}$ και $B = \{-1, 0, \frac{1}{2}\}$. Γράψτε όλες τις δυνατές συναρτήσεις, $f: A \rightarrow B$.

Αναφορές

[1] Σ. Κώτσιος: *Ασκήσεις Μαθηματικών για Οικονομολόγους, Τόμος Α*, Εκδόσεις Κριτική.