

Άσκηση 10. Δίνονται οι ετήσιοι μισθοί Y , σε χιλιάδες ευρώ 15 υπαλλήλων που επιλέχτηκαν τυχαία. Επίσης δίνονται τα χρόνια υπηρεσίας X_1 , η ηλικία X_2 και το φύλο τους Φ .

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Y	15.2	17.6	13.5	12.8	18.0	23.5	19.6	17.0	12.5	12.3	13.5	17.6	15.4	10.5	16.8
X_1	5.4	8.4	6.7	11.2	14.6	22.4	18.3	15.2	17.9	3.5	2.8	9.6	6.8	7.5	13.2
X_2	26	35	42	35	54	28	36	43	48	27	31	44	34	19	26
Φ	Γ	Α	Γ	Γ	Α	Α	Α	Α	Α	Γ	Γ	Γ	Α	Γ	Α

Το μοντέλο για τους άνδρες και τις γυναίκες είναι

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \quad \text{και} \quad Y = c_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

αντίστοιχα. Αν υποθέσουμε ότι οι διασπορές των σφαλμάτων είναι ίσες, εξετάστε αν $\beta_0 = c_0$ σε ε.σ. $\alpha = 0.05$.

Απάντηση. Το συνολικό μοντέλο είναι $Y = \beta_0 X_\alpha + c_0 X_\gamma + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$ όπου

Y	X_1	X_2	X_α	X_γ
15,2	5,4	26	0	1
17,6	8,4	35	1	0
13,5	6,7	42	0	1
12,8	11,2	35	0	1
18,0	14,6	54	1	0
23,5	22,4	28	1	0
19,6	18,3	36	1	0
17,0	15,2	43	1	0
12,5	17,9	48	1	0
12,3	3,5	27	0	1
13,5	2,8	31	0	1
17,6	9,6	44	0	1
15,4	6,8	34	1	0
10,5	7,5	19	0	1
16,8	13,2	26	1	0

Αν θέλουμε να εκτιμήσουμε τα β_0 , c_0 , β_1 , β_2 εφαρμόζουμε ανάλυση παλινδρόμησης με dependent Y και independent X_α , X_β , X_1 , X_2 χωρίς constant. Μας ενδιαφέρει η παράμετρος $\gamma = c_0 - \beta_0$. Μετασχηματίζουμε το μοντέλο θέτοντας $\beta_0 \rightarrow \beta_0$, $c_0 \rightarrow \beta_0 + \gamma$, $\beta_1 \rightarrow \beta_1$, $\beta_2 \rightarrow \beta_2$ από όπου προκύπτει το μοντέλο:

$$\begin{aligned} Y &= \beta_0 X_\alpha + (\beta_0 + \gamma) X_\gamma + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon = \beta_0 (X_\alpha + X_\gamma) + \gamma X_\gamma + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \\ &= \beta_0 + \gamma X_\gamma + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon \end{aligned}$$

Από το SPSS προκύπτει για το παραπάνω μοντέλο (Y ; XG , $X1$, $X2$ με constant) ότι

Coefficients^a

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	14,741	3,901		3,779	,003
	X1	,266	,180	,462	1,482	,166
	X2	-2,84E-02	,083	-,081	-,342	,739
	XG	-1,980	2,027	-,304	-,976	,350

a. Dependent Variable: Y

και άρα δεχόμαστε ότι $\gamma = c_0 - \beta_0 = 0$ διότι το αντίστοιχο p-value = 0.350.